



Тема: «Модель идеальной точки в задачах выбора многопериодных инвестиционных проектов»

Выполнил:
Булатов Захар Сергеевич
45 группа

Научный руководитель:
Михно Владимир Николаевич
д.т.н., профессор

Актуальность

В современных экономических условиях актуальность задач принятия эффективных инвестиционных решений заметно возрастает.

Особенно остро эта проблема проявляется при реализации многопериодных инвестиционных проектов, когда необходимо учитывать не только текущую доходность и риски, но и их динамику на протяжении всего периода реализации проекта. При этом традиционные подходы оценки инвестиционных решений, основанные на использовании одного критерия, зачастую оказываются недостаточными, поскольку не позволяют адекватно учитывать разнообразие факторов и их влияние во времени.



Цель работы

Целью данной работы является разработка и исследование модели идеальной точки для выбора оптимального многопериодного инвестиционного проекта с учетом особенностей несовершенного рынка капитала.



Научная новизна

Новизна предлагаемого подхода к анализу и выбору многопериодных инвестиционных проектов на несовершенном рынке капитала заключается в комплексной интеграции модели идеальной точки и системы метрик Минковского для оценки эффективности альтернатив. Предложенный алгоритм выбора оптимального проекта основан на вычислении расстояний между вектором остаточных стоимостей и идеальной точкой по различным метрикам (Гора, евклидовой, равномерной), что обеспечивает объективность и многокритериальность анализа. Такой подход ранее редко применялся для задач инвестиционного анализа на несовершенном рынке капитала, а его программная реализация подтверждает практическую применимость разработанной модели.





Постановка задачи

Дано $\Omega = \{1, 2, \dots, N\}$ – множество многопериодных инвестиционных проектов, их описание:

T — плановый инвестиционный горизонт с заданными периодами $t = 0, 1, \dots, T$;

Базовые платежи M_t с периодами $t = 0, 1, \dots, T$;

Уровень изъятия Y ;

Вектор структуры изъятия $\mathbf{f} = (f_0, f_1, \dots, f_T)$;

$f_t \cdot Y$ — величина изъятия в момент $t = 0, 1, \dots, T$;

Процентные ставки s_t и h_t (заимствования и инвестирования) для $t = 0, 1, \dots, T$;

$z_{i,t}$ — плановые инвестиционные платежи по проекту i в период $t = 0, 1, \dots, T$;

$C_{i,t}$ — остаточная стоимость по проекту i в период $t = 0, 1, \dots, T$;



Предполагается, что каждый из рассматриваемых инвестиционных проектов реализуется в условиях несовершенного рынка капитала, где возможны различные процентные ставки на заимствование и инвестирование, а также ограничения по объёму привлекаемых средств. Задача заключается в оценке и выборе оптимального проекта с учётом всех денежных потоков и остаточной стоимости на протяжении всего жизненного цикла. Цель — определить для каждой из выбранных метрик Минковского проект, минимизирующий расстояние до идеальной точки по данной метрике. Поскольку минимумы по разным метрикам могут приходиться на разные проекты, окончательный выбор оптимального проекта проводится с учётом результатов сравнения по каждой метрике отдельно.

Формально определяется:

$$\rho_p(C_i, a^*) \rightarrow \min_{i \in I}. (1)$$

Функция $\rho_p(C_i, a^*)$ - определяет расстояние между вектором остаточных стоимостей C_i выбранного i -го проекта и идеальной точкой a^* по метрике Минковского порядка p . Тогда требуется выбрать такой проект, для которого это отклонение минимально по каждой из выбранных метрик, то есть минимизировать расстояние между вектором остаточных стоимостей проекта и идеальной точкой.

Согласно формуле (1), решение рассматривается как:

$$i^* \in \operatorname{Arg} \min_{i \in I} \rho_p(C_i, a^*), p \in \{1, 2, \infty\}$$



Определение идеальной точки:

$$a_t^* = \max_{k \in I} C_{k,t}, t = 1, \dots, T. (2)$$

a_t^* — t -я компонента идеальной точки

Определение расстояния между проектом и идеальной точкой по метрике Минковского:

$$\rho_1(C_{i,t}, \mathbf{a}^*) = \sum_{t=1}^T |C_{i,t} - a_t^*|; (3)$$

$$\rho_2(C_{i,t}, \mathbf{a}^*) = \sqrt{\sum_{t=1}^T (C_{i,t} - a_t^*)^2}; (4)$$

$$\rho_\infty(C_i, \mathbf{a}^*) = \max_{1 \leq t \leq T} |C_{i,t} - a_t^*|. (5)$$



Необходимо конкретизировать выбор метрики Минковского (1), и алгоритмы расчёта расстояния между вектором остаточных стоимостей и идеальной точкой (3), (4), (5).





Анализ многопериодных инвестиционных проектов с использованием модели идеальной точки

Алгоритм расчета расстояний между вектором остаточных стоимостей и идеальной точкой.

Реализуется путем предварительного вычисления значений $C_{i,t}, i \in I, t = 1, \dots, T$, представленное матрицей $C = \|C_{i,t}\|$, где

при $t = 0$:

$$C_{i,0} = M_0 - f_0 * Y + z_{i,0};$$

при $t > 0$:

$$\begin{aligned} C_{i,t} &= M_t + z_{i,t} - f_t * Y + 1 + C_{i,t-1}, \text{ при } C_{i,t-1} \geq 0; \\ C_{i,t} &= M_t + z_{i,t} - f_t * Y + (1 + s_t)C_{i,t-1}, \text{ при } C_{i,t-1} < 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Определение идеальной точки:

формируется вектор идеальной точки $\mathbf{a}^* = (a_1^*, a_2^*, \dots, a_T^*)$:

$$a_t^* = \max_{k \in I} C_{k,t}, t = 1, \dots, T. \quad (7)$$



Алгоритм расчета расстояний между вектором остаточных стоимостей и идеальной точкой.

Для оценки степени отклонения каждого проекта от идеальной точки применяется функция расстояния по метрикам Минковского:

$$\rho_1(C_{i,t}, \mathbf{a}^*) = |c_{i,t} - a_t^*|; (8)$$

$$\rho_2(C_{i,t}, \mathbf{a}^*) = \sqrt{\sum_{t=1}^T (C_{i,t} - a_t^*)^2}; (9)$$

$$\rho_\infty(C_i, \mathbf{a}^*) = \max_{1 \leq t \leq T} |C_{i,t} - a_t^*|. (10)$$



Выбор оптимального проекта

Для каждой метрики определяется проект, расстояние которого до идеальной точки минимально:

$$P_p^* = \arg \min_{P_i \in \Omega} \rho_p(\mathbf{S}_i, \mathbf{a}^*), (11)$$

де P_p^* — оптимальный проект по метрике с индексом p .

Результаты оформляются в виде сравнительной таблицы: какой проект оптимален по каждой метрике.



Комплексный алгоритм

- Задаются исходные данные: множество многопериодных проектов и их периоды, базовые платежи, величина структуры изъятия, процентные ставки заимствования и инвестирования, плановые инвестиционные платежи.
- По алгоритму конкретизации метрик выстраивается матрица остаточных стоимостей, затем определяется идеальная точка.
- Рассчитываются расстояния от каждого проекта до идеальной точки по трем метрикам Минковского: метрике Гора, евклидовой метрике и равномерной метрике.
- Выбирается проект, который минимизирует расстояние до идеальной точки по каждой из метрик.
- Проводится сравнительный анализ результатов, полученных по разным метрикам, и принимается окончательное решение.





Численный пример

Исходные данные

Рассмотрим три инвестиционных проекта (А, В, С) и альтернативу отказа (проект 0) на горизонте планирования $T = 3$ периода. Исходные данные представлены в таблице:

Момент времени t	0	1	2	3
Проценты по заимствованию s_t	-	0.12	0.10	0.10
Проценты по инвестированию h_t	-	0.05	0.07	0.07
Проект А $z_{t,A}$	-500	-400	800	400
Проект В $z_{t,B}$	-300	-800	1200	200
Проект С $z_{t,C}$	-900	800	360	-10
Альтернатива отказа $z_{t,0}$	0	0	0	0
Базовые платежи M_t	600	100	-200	800
Изъятия $f_t Y$	20	22	24	26



1. Расчёт остаточных стоимостей

Рассчитаем остаточные стоимости для каждого проекта по периодам, используя рекуррентную формулу:

при $t = 0$:

$$C_{i,0} = M_0 - f_0 * Y + z_{i,0};$$

при $t > 0$:

$$C_{i,t} = M_t + z_{i,t} - f_t * Y + (1 + h_t)C_{i,t-1}, \text{ при } C_{i,t-1} \geq 0;$$
$$C_{i,t} = M_t + z_{i,t} - f_t * Y + (1 + s_t)C_{i,t-1}, \text{ при } C_{i,t-1} < 0. (6)$$

Результаты расчёта остаточных стоимостей

Проект / Период	0	1	2	3
Проект А	80	-238	314.2	1510.19
Проект В	280	-428	505.2	1514.56
Проект С	-320	519.6	692.0	1504.44
Отказ	580	687	511.09	1321.87



2. Определение идеальной точки

Идеальная точка формируется из максимальных значений по каждому периоду:

$$a_0^* = \max(80, 280, -320, 580) = 580$$

$$a_1^* = \max(-238, -428, 519.6, 687) = 687$$

$$a_2^* = \max(314.2, 505.2, 692.0, 511.09) = 692.0$$

$$a_3^* = \max(1510.19, 1514.56, 1504.44, 1321.87) = 1514.56$$

Период	0	1	2	3
a_t^*	580	687	692.0	1514.56



3. Расчёт расстояний

Идеальная точка формируется из максимальных значений по каждому периоду:

Метрика Гора ($p = 1$)

Проект А:

$$|80 - 580| + |-238 - 687| + |314.2 - 692| + |1510.19 - 1514.56| = 500 + 925 + 377.8 + 4.37 \\ = 1807.17$$

Проект В:

$$|280 - 580| + |-428 - 687| + |505.2 - 692| + |1514.56 - 1514.56| = 300 + 1115 + 186.8 + 0 = 1601.8$$

Проект С:

$$|-320 - 580| + |519.6 - 687| + |692 - 692| + |1504.44 - 1514.56| = 900 + 167.4 + 0 + 10.12 \\ = 1077.52$$

Отказ:

$$|580 - 580| + |687 - 687| + |511.09 - 692| + |1321.87 - 1514.56| = 0 + 0 + 180.91 + 192.69 = 373.6$$



3. Расчёт расстояний

Евклидова метрика ($p = 2$)

Вычислим:

Проект А:

$$\sqrt{500^2 + 925^2 + 377.8^2 + 4.37^2} = \sqrt{250000 + 855625 + 142724 + 19.1} = \sqrt{1,248,368.1} \approx 1117.3$$

Проект В:

$$\sqrt{300^2 + 1115^2 + 186.8^2 + 0^2} = \sqrt{90000 + 1,243,225 + 34915 + 0} = \sqrt{1,368,140} \approx 1169.7$$

Проект С:

$$\sqrt{900^2 + 167.4^2 + 0^2 + 10.12^2} = \sqrt{810000 + 28026 + 0 + 102.4} = \sqrt{838,128.4} \approx 915.5$$

Отказ:

$$\sqrt{0^2 + 0^2 + 180.91^2 + 192.69^2} = \sqrt{0 + 0 + 32729 + 37119} = \sqrt{69,848} \approx 264.3$$



3. Расчёт расстояний

Равномерная метрика ($p = \infty$)

Вычислим:

Проект А: $\max(500, 925, 377.8, 4.37) = 925$

Проект В: $\max(300, 1115, 186.8, 0) = 1115$

Проект С: $\max(900, 167.4, 0, 10.12) = 900$

Отказ: $\max(0, 0, 180.91, 192.69) = 192.69$



3. Расчёт расстояний

Результаты расчёта расстояний

Проект	Метрика Гора ($p = 1$)	Евклидова ($p = 2$)	Равномерная ($p = \infty$)
Проект А	1807.17	1117.3	925
Проект В	1601.8	1169.7	1115
Проект С	1077.52	915.5	900
Отказ	373.6	264.3	192.69



4. Выбор оптимального проекта

Выбор оптимального проекта

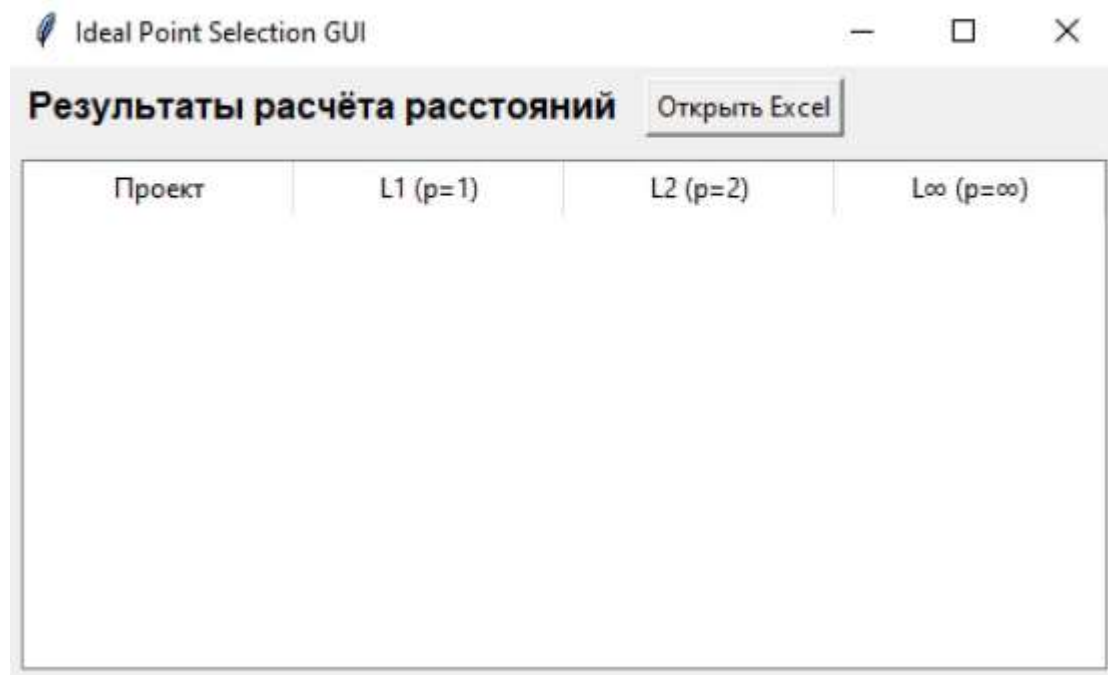
- По метрике Гора и евклидовой метрике наилучший результат у Проекта С.
- По равномерной метрике минимальное отклонение у альтернативы отказа, что отражает минимальное максимальное отклонение по периодам.





Программная реализация

Интерфейс пользователя



Ideal Point Selection GUI

Результаты расчёта расстояний

Открыть Excel

Проект	L1 (p=1)	L2 (p=2)	L ∞ (p= ∞)
--------	----------	----------	---------------------------



Исходные данные

Project	CF_0	CF_1	CF_2	CF_3
Проект А	-500	-400	800	400
Проект В	-300	-800	1200	200
Проект С	-900	800	360	-10
Альтернатива	0	0	0	0

Period	BorrowRate	InvestRate	BasePayment	Withdrawal
0	0	0	600	20
1	0,12	0,05	100	22
2	0,1	0,07	-200	24
3	0,1	0,07	800	26



Пример результата

Ideal Point Selection GUI

Результаты расчёта расстояний

Открыть Excel

Проект	L1 ($p=1$)	L2 ($p=2$)	L ∞ ($p=\infty$)
Проект А	1807.14	1117.30	925.00
Проект В	1601.77	1169.66	1115.00
Проект С	1077.55	915.49	900.00
Альтернатива отказа	374.58	265.02	193.70



Заключение

- Изучены теоретические основы оценки многопериодных инвестиционных проектов и особенности анализа на несовершенном рынке капитала.
- Сформулирована постановка задачи выбора оптимального проекта с учётом динамики денежных потоков, структуры изъятия и различных процентных ставок.
- Разработан и реализован алгоритм решения на основе модели идеальной точки и трёх метрик расстояния, что позволяет учитывать многокритериальность задачи.
- Выполнена программная реализация и проведён численный эксперимент, подтвердившие эффективность подхода и влияние выбора метрики на итоговое решение.





Спасибо за внимание!