

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тверской государственный университет»

Факультет прикладной математики и кибернетики

Направление 01.03.02 Прикладная математика и информатика
Профиль «Системный анализ»

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(ВЫПУСКНАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА)**

**Модель идеальной точки в задачах выбора многопериодных
инвестиционных проектов**

Автор:
Булатов Захар Сергеевич

Подпись: _____

Научный руководитель:
д.т.н., профессор
Михно Владимир Николаевич
Подпись: _____

Допущен(а) к защите:
Руководитель ООП:

_____ С.М. Дудаков

«_____» _____ 2025 г.

Тверь 2025

Abstract

Ideal Point Model in Multi-Period Project Selection Problems

Bulatov Zakhar Sergeevich

In the current conditions of economic and financial market development, the selection of investment projects is one of the key tasks of effective capital management. Particularly difficult is the evaluation and selection of multi-period investment projects, taking into account the dynamics of cash flows and the variability of market conditions. At the same time, the capital market is often imperfect: interest rates on borrowing and investment differ and change over time, which requires the development of special models for evaluating and selecting projects. The ideal point model, based on multi-criteria optimization, allows to objectively compare alternative projects based on a set of criteria, which makes it relevant for modern conditions.

The work presents an algorithm for evaluating and selecting optimal multi-period investment projects in imperfect capital markets. The method uses residual cost vectors, constructs an ideal point, and calculates distances to it using Minkowski metrics for multi-criteria comparison. The approach accounts for varying interest rates and dynamic cash flows.

Advantages include objective project evaluation and flexible decision-making. Limitations involve the absence of explicit investor preferences and risk scenarios.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. Теоретические основы	7
1.1. Основные понятия	9
1.2. Анализ рынков капитала	10
1.3. Постановка задачи	10
2. Анализ многопериодных инвестиционных проектов с использованием модели идеальной точки	13
2.1. Алгоритм расчета расстояний между вектором остаточных стоимостей и идеальной точкой	13
2.2. Выбор оптимального проекта	14
2.3. Комплексный алгоритм	14
2.4. Численный пример	15
3. Программная реализация	21
3.1. Выбор инструментов и среды разработки	21
3.2. Реализация программы	22
3.3. Пример использования программы	23
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	25
Список использованной литературы	27
ПРИЛОЖЕНИЕ	28

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования

В современных условиях развития экономики и финансового рынка выбор инвестиционных проектов является одной из ключевых задач эффективного управления капиталом. Особую сложность представляет оценка и отбор многопериодных инвестиционных проектов, учитывающих динамику денежных потоков и изменчивость рыночных условий. При этом рынок капитала часто является несовершенным: процентные ставки по заимствованию и инвестированию различаются и меняются во времени, что требует разработки специальных моделей оценки и выбора проектов. Модель идеальной точки, основанная на многокритериальной оптимизации, позволяет объективно сопоставлять альтернативные проекты по совокупности критериев, что делает её актуальной для современных условий.

Объект исследования: объектом исследования являются многопериодные инвестиционные проекты, реализуемые в условиях несовершенного рынка капитала.

Предмет исследования: предметом исследования выступают методы и модели выбора оптимального инвестиционного проекта с использованием многокритериального подхода и модели идеальной точки.

Цель работы

Целью данной работы является разработка и исследование модели идеальной точки для выбора оптимального многопериодного инвестиционного проекта с учётом особенностей несовершенного рынка капитала.

Задачи, которые необходимо выполнить в ходе текущей работы

1. Изучить теоретические основы многопериодных инвестиционных проектов и особенности оценки на несовершенном рынке капитала.
2. Определить математическую постановку задачи и конкретизировать компоненты задачи исследования.
3. Разработать алгоритм решения задачи выбора на основе модели идеальной точки с использованием метрик Минковского.

4. Выполнить численный пример и анализ результатов выбора инвестиционного проекта.
5. Реализовать программную модель выбора оптимального проекта с использованием python.

Методы и материалы

В работе используются методы многокритериальной оптимизации, теория инвестиционного анализа, а также подходы к оценке проектов на несовершенных рынках капитала. В качестве материала для практической части используются смоделированные данные по денежным потокам, процентным ставкам и параметрам проектов, отражающие реальные условия несовершенного рынка капитала.

Научная новизна

Новизна предлагаемого подхода к анализу и выбору многопериодных инвестиционных проектов на несовершенном рынке капитала заключается в комплексной интеграции модели идеальной точки и системы метрик Минковского для оценки эффективности альтернатив. Предложенный алгоритм выбора оптимального проекта основан на вычислении расстояний между вектором остаточных стоимостей и идеальной точкой по различным метрикам (Гора, евклидовой, равномерной), что обеспечивает объективность и многокритериальность анализа. Такой подход ранее редко применялся для задач инвестиционного анализа на несовершенном рынке капитала, а его программная реализация подтверждает практическую применимость разработанной модели.

Результат

1. Проведен анализ теоретических основ многопериодных инвестиционных проектов и особенностей оценки на несовершенном рынке капитала, выявлены преимущества и ограничения существующих методов, а также определены ключевые требования к разрабатываемому алгоритму выбора.
2. Описана математическая постановка задачи выбора оптимального инвестиционного проекта, конкретизированы основные компоненты модели, включая векторы остаточных стоимостей и идеальную точку, а

также выбранные метрики Минковского для оценки отклонений.

3. Разработан алгоритм выбора оптимального проекта на основе модели идеальной точки с применением различных метрик Минковского, обеспечивающий многокритериальный и объективный подход к сравнению инвестиционных альтернатив.
4. Выполнен численный пример и проведён анализ результатов выбора инвестиционного проекта, который подтвердил эффективность предложенного метода и показал влияние выбора метрики на оптимальный вариант.
5. Реализована программная модель алгоритма на языке Python, включающая модули для расчёта остаточных стоимостей, построения идеальной точки, вычисления расстояний по метрикам и выбора оптимального проекта.

Структура работы

Дипломная работа состоит из введения, трёх разделов, заключения, списка литературы. В первом разделе рассматриваются теоретические основы многопериодных инвестиционных проектов, особенности оценки на несовершенном рынке капитала, методы многокритериальной оптимизации, а также формулируется постановка задачи выбора инвестиционного проекта с использованием модели идеальной точки и метрик Минковского. Второй раздел посвящён конкретизации алгоритма расчёта расстояния между вектором остаточных стоимостей и идеальной точкой, выбору оптимального проекта по различным метрикам Минковского, а также комплексному алгоритму принятия решения. Здесь же приводится численный пример, иллюстрирующий применение разработанного метода. Третий раздел содержит выбор инструментов и среды разработки, а также описание структуры и ключевых компонентов программной реализации описанного алгоритма в Python и демонстрация примера использования программы. В заключении подводятся итоги работы, формулируются основные выводы и перспективы дальнейших исследований.

1. Теоретические основы

1.1. Основные понятия

Множество многопериодных инвестиционных проектов — совокупность альтернативных вариантов вложения капитала, характеризующихся распределёнными во времени денежными потоками (затратами и доходами) на протяжении нескольких периодов. Обозначается как $\Omega = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$, где n — число проектов.

Многопериодный инвестиционный проект — проект с денежными потоками, заданными по периодам $t = 0, 1, \dots, T$, где T — плановый инвестиционный горизонт. Для проекта P_i денежные потоки задаются вектором $\mathbf{z}_i = (z_{i,0}, z_{i,1}, \dots, z_{i,T})$.

Плановый инвестиционный горизонт — заранее установленный период времени T , в течение которого осуществляется анализ и оценка инвестиционных проектов по периодам $t = 0, \dots, T$.

Базовые платежи инвестиционных проектов — ключевые капитальные расходы и доходы, формирующие финансовую модель проекта, задаются вектором $\mathbf{M} = (M_0, M_1, \dots, M_T)$.

Уровень изъятия в многопериодных инвестиционных проектах — это доля денежных средств, которая регулярно выводится из проекта инвесторами или владельцами для личного потребления или распределения, а не направляется на дальнейшее реинвестирование и развитие проекта. Обозначается переменной Y . Вектор структуры изъятий задаётся как $\mathbf{f} = (f_0, f_1, \dots, f_T)$, где произведение $f_t \cdot Y$ определяет величину изъятия в периоде $t = 0, \dots, T$.

Плановые инвестиционные платежи — это заранее определённые денежные потоки, связанные с реализацией инвестиционного проекта, которые включают как капитальные вложения, так и ожидаемые поступления или выплаты на каждом этапе жизненного цикла проекта. Задаётся переменной $z_{i,t}$ по проекту i в период $t = 0, \dots, T$.

Процентные ставки заимствования и инвестирования — пары ставок, отражающие стоимость привлечения заемных средств и доходность инвестирования в каждом периоде. Задаются двумя векторами ставки $\mathbf{s} = (s_1, \dots, s_t)$ и $\mathbf{h} = (h_1, \dots, h_t)$.

Полный финансовый план (с учетом остаточной стоимости) — это совокупность всех денежных потоков инвестиционного проекта на протяжении его жизненного цикла, включая итоговую (остаточную) стоимость активов на момент завершения проекта. Такой план позволяет комплексно оценить финансовые результаты проекта с учётом всех поступлений, выплат и накопленного имущества. Задается переменной $C_{i,t}$ для проекта i в период $t = 0, \dots, T$.

Идеальная точка — это вектор, состоящий из наилучших значений критериев эффективности среди всех рассматриваемых проектов [4]. В контексте многопериодных инвестиционных проектов, где критериями являются остаточные стоимости по периодам, идеальная точка формируется как вектор максимальных значений остаточной стоимости по каждому периоду. Задается вектором: $\mathbf{a}^* = (a_1^*, a_2^*, \dots, a_T^*)$.

Метрика Минковского — это обобщённая функция расстояния между двумя точками в многомерном пространстве, включающая различные способы измерения различий в зависимости от выбранного параметра [3].

В данной работе используются три основные метрики Минковского:

- метрика Гора — сумма абсолютных разностей по всем координатам, отражающая суммарное отклонение;
- Евклидова метрика — классическое прямое расстояние между точками, учитывающее квадраты отклонений;
- равномерная метрика — максимальное абсолютное отклонение.

Обозначаются эти метрики переменной ρ_ρ , где параметр ρ определяет тип метрики (например, для метрики Гора $\rho = 1$, для евклидовой $\rho = 2$, для равномерной $\rho = \infty$) [5].

Оптимальный проект — проект, минимизирующий расстояние до

идеальной точки по выбранной метрике, что соответствует наилучшему балансу по всем периодам. Задается переменной: P_p^* .

1.2. Анализ рынков капитала

В инвестиционном анализе различают два основных типа рынков капитала: совершенный и несовершенный. Их характеристики существенно влияют на методы оценки инвестиционных проектов и расчёт остаточной стоимости.

Совершенный рынок капитала — это теоретическая модель, при которой выполняются следующие условия:

- отсутствуют ограничения на привлечение и размещение капитала;
- процентная ставка на заимствование и инвестирование одинакова для всех участников и постоянна во времени;
- отсутствуют налоги, транзакционные издержки и прочие внешние факторы;
- все участники обладают полной информацией;
- рынок абсолютно ликвиден.

В условиях совершенного рынка расчёты существенно упрощаются, так как можно использовать единую ставку дисконтирования для всех денежных потоков, а проблема выбора между заимствованием и инвестированием не возникает [1].

Несовершенный рынок капитала — это более реалистичная модель, учитывающая:

- различие между ставками заимствования и инвестирования (обычно ставка заимствования выше ставки инвестирования);
- наличие ограничений на объём привлекаемого капитала;
- отсутствуют ограничения на привлечение и размещение капитала;
- влияние налогов, комиссий, транзакционных и административных издержек;
- неполную или асимметричную информацию у участников рынка;
- ограниченную ликвидность активов.

В условиях несовершенного рынка расчёты становятся более сложными: необходимо учитывать разные процентные ставки, ограничения на изъятие и привлечение средств, а также возможные дополнительные расходы. Это требует более точных и гибких моделей для анализа инвестиционных проектов [1].

Именно поэтому в данной работе рассматривается несовершенный рынок капитала, так как он позволяет более адекватно учитывать реальные ограничения и особенности, с которыми сталкиваются инвесторы при принятии решений о выборе инвестиционных проектов.

1.3. Постановка задачи

Дано $\Omega = \{1, 2, \dots, N\}$ – множество многопериодных инвестиционных проектов, их описание:

T — плановый инвестиционный горизонт с заданными периодами $t = 0, 1, \dots, T$;

базовые платежи M_t с периодами $t = 0, 1, \dots, T$;

уровень изъятия Y ;

вектор структуры изъятия $\mathbf{f} = (f_0, f_1, \dots, f_T)$;

$f_t \cdot Y$ — величина изъятия в момент $t = 0, 1, \dots, T$;

процентные ставки s_t и h_t (заимствования и инвестирования) для $t = 0, 1, \dots, T$;

$z_{i,t}$ — плановые инвестиционные платежи по проекту i в период $t = 0, 1, \dots, T$.

$C_{i,t}$ — остаточная стоимость по проекту i в период $t = 0, 1, \dots, T$.

Предполагается, что каждый из рассматриваемых инвестиционных проектов реализуется в условиях несовершенного рынка капитала, где возможны различные процентные ставки на заимствование и инвестирование, а также ограничения по объёму привлекаемых средств. Задача заключается в оценке и выборе оптимального проекта с учётом всех денежных потоков и остаточной стоимости на протяжении всего жизненного цикла. Цель — определить для каждой из выбранных метрик Минковского проект,

минимизирующий расстояние до идеальной точки по данной метрике. Поскольку минимумы по разным метрикам могут приходиться на разные проекты, окончательный выбор оптимального проекта проводится с учётом результатов сравнения по каждой метрике отдельно [2].

Формально определяется:

$$\rho_p(C_i, a^*) \rightarrow \min_{i \in I}. \quad (1)$$

Функция $\rho_p(C_i, a^*)$ - определяет расстояние между вектором остаточных стоимостей C_i выбранного i -го проекта и идеальной точкой a^* по метрике Минковского порядка p . Тогда требуется выбрать такой проект, для которого это отклонение минимально по каждой из выбранных метрик, то есть минимизировать расстояние между вектором остаточных стоимостей проекта и идеальной точкой.

Согласно формуле (1), решение рассматривается как:

$$i^* \in \text{Arg min}_{i \in I} \rho_p(C_i, a^*), p \in \{1, 2, \infty\}.$$

Определение идеальной точки:

$$a_t^* = \max_{k \in I} C_{k,t}, t = 1, \dots, T. \quad (2)$$

a_t^* — t -я компонента идеальной точки.

Определение расстояния между проектом и идеальной точкой по метрике Минковского:

$$\rho_1(C_{i,t}, \mathbf{a}^*) = \sum_{t=1}^T |C_{i,t} - a_t^*|; \quad (3)$$

$$\rho_2(C_{i,t}, \mathbf{a}^*) = \sqrt{\sum_{t=1}^T (C_{i,t} - a_t^*)^2}; \quad (4)$$

$$\rho_\infty(C_i, a^*) = \max_{1 \leq t \leq T} |C_{i,t} - a_t^*|. \quad (5)$$

Необходимо конкретизировать выбор метрики Минковского (1), и алгоритмы расчёта расстояния между вектором остаточных стоимостей и идеальной точкой (3), (4), (5).

Применяя теоретические основы и современные методы многокритериального анализа, такие как построение векторов остаточных стоимостей, определение идеальной точки и вычисление расстояний по метрикам Гора, евклидовой и равномерной, удаётся получить объективное и обоснованное решение задачи выбора инвестиционного проекта. Применяя данный подход, можно прийти к обоснованному решению поставленной задачи выбора оптимального инвестиционного проекта. Такой анализ обеспечивает объективность и прозрачность процесса принятия решений, учитывает специфику несовершенного рынка капитала и позволяет сравнивать альтернативные проекты по нескольким критериям одновременно.

2. Анализ многопериодных инвестиционных проектов с использованием модели идеальной точки

2.1. Алгоритм расчета расстояний между вектором остаточных стоимостей и идеальной точкой.

Математическая постановка задачи определена. Конкретизируем компоненты задачи исследования, разработаем алгоритм решения задачи о выборе многопериодных инвестиционных проектов с использованием модели идеальной точки и метрик Минковского.

При решении задачи выбора альтернатив использовались формулы остаточных стоимостей, которые представляют собой инструмент для комплексной оценки эффективности инвестиционных проектов на протяжении всего их жизненного цикла. Результаты вычислений оформляются в виде матрицы, где каждая строка соответствует отдельному проекту, а столбцы — значениям остаточной стоимости в разные периоды времени. Такая матрица позволяет наглядно сравнивать динамику развития проектов, выявлять их сильные и слабые стороны, а также оценивать степень отклонения каждого проекта от идеальной точки по выбранным метрикам Минковского. Этот подход обеспечивает объективную и многокритериальную оценку альтернатив, что способствует принятию обоснованных инвестиционных решений.

Реализуется путем предварительного вычисления значений $C_{i,t}, i \in I, t = 1, \dots, T$, представленное матрицей $C = \|C_{i,t}\|$, где при $t = 0$:

$$C_{i,0} = M_0 - f_0 * Y + z_{i,0};$$

при $t > 0$:

$$C_{i,t} = M_t + z_{i,t} - f_t * Y + (1 + h_t)C_{i,t-1}, \text{ при } C_{i,t-1} \geq 0;$$

$$C_{i,t} = M_t + z_{i,t} - f_t * Y + (1 + s_t)C_{i,t-1}, \text{ при } C_{i,t-1} < 0. \quad (6)$$

Определение идеальной точки:

формируется вектор идеальной точки $\mathbf{a}^* = (a_1^*, a_2^*, \dots, a_T^*)$:

$$a_t^* = \max_{k \in I} C_{k,t}, t = 1, \dots, T. \quad (7)$$

Для оценки степени отклонения каждого проекта от идеальной точки применяется функция расстояния по метрикам Минковского:

$$\rho_1(C_{i,t}, \mathbf{a}^*) = \sum_{t=1}^T |C_{i,t} - a_t^*|; \quad (8)$$

$$\rho_2(C_{i,t}, \mathbf{a}^*) = \sqrt{\sum_{t=1}^T (C_{i,t} - a_t^*)^2}; \quad (9)$$

$$\rho_\infty(C_i, \mathbf{a}^*) = \max_{1 \leq t \leq T} |C_{i,t} - a_t^*|. \quad (10)$$

2.2. Выбор оптимального проекта

Для каждой метрики определяется проект, расстояние которого до идеальной точки минимально:

$$P_p^* = \arg \min_{P_i \in \Omega} \rho_p(\mathbf{S}_i, \mathbf{a}^*), \quad (11)$$

где P_p^* — оптимальный проект по метрике с индексом p .

Результаты оформляются в виде сравнительной таблицы: какой проект оптимален по каждой метрике.

2.3. Комплексный алгоритм

Следующими пунктами будет описан комплексный алгоритм для решения поставленной задачи.

1. Задаются исходные данные: множество многопериодных проектов и их периоды, базовые платежи, величина структуры изъятия, процентные ставки заимствования и инвестирования.
2. По алгоритму конкретизации метрик выстраивается матрица остаточных стоимостей, затем определяется идеальная точка.
3. Рассчитываются расстояния от каждого проекта до идеальной точки по трем метрикам Минковского: метрике Гора, евклидовой метрике и равномерной метрике.
4. Выбирается проект, который минимизирует расстояние до

идеальной точки по каждой из метрик.

5. Проводится сравнительный анализ результатов, полученных по разным метрикам, и принимается окончательное решение.

Преимуществом данного алгоритма является возможность многокритериальной оценки проектов с учетом динамики их развития во времени. Недостатком этого алгоритма является возможное расхождение результатов по разным метрикам, что требует дополнительного анализа и обоснования выбора конкретной метрики в зависимости от предпочтений лица, принимающего решение.

2.4. Численный пример

Исходные данные

Рассмотрим три инвестиционных проекта (А, В, С) и альтернативу отказа (проект 0) на горизонте планирования $T = 3$ периода. Исходные данные представлены в таблице:

Момент времени t	0	1	2	3
Проценты по заимствованию s_t	-	0.12	0.10	0.10
Проценты по инвестированию h_t	-	0.05	0.07	0.07
Проект А $z_{t,A}$	-500	-400	800	400
Проект В $z_{t,B}$	-300	-800	1200	200
Проект С $z_{t,C}$	-900	800	360	-10
Альтернатива отказа $z_{t,0}$	0	0	0	0
Базовые платежи M_t	600	100	-200	800
Изъятия $f_t Y$	20	22	24	26

Расчёт остаточных стоимостей

Рассчитаем остаточные стоимости для каждого проекта по периодам, используя формулу (6).

Расчёт для Проекта А:

Период	Расчёт	$C_{A,t}$
0	$600 - 20 + (-500) = 80$	80
1	$100 - 22 + (-400) + 1.05 \times 80 = -322 + 84 = -238$	-238
2	$-200 - 24 + 800 + 1.10 \times (-238) = 576 - 261.8 = 314.2$	314.2
3	$800 - 26 + 400 + 1.07 \times 314.2 = 1174 + 336.19 = 1510.19$	1510.19

Расчёт для Проекта В:

Период	Расчёт	$C_{B,t}$
0	$600 - 20 + (-300) = 280$	280
1	$100 - 22 + (-800) + 1.05 \times 280 = -722 + 294 = -428$	-428
2	$-200 - 24 + 1200 + 1.10 \times (-428) = 976 - 470.8 = 505.2$	505.2
3	$800 - 26 + 200 + 1.07 \times 505.2 = 974 + 540.56 = 1514.56$	1514.56

Расчёт для Проекта С:

Период	Расчёт	$C_{C,t}$
0	$600 - 20 + (-900) = -320$	-320

1	$100 - 22 + 800 + 1.12 \times (-320) = 878 - 358.4$ $= 519.6$	519.6
2	$-200 - 24 + 360 + 1.07 \times 519.6 = 136 + 556.0$ $= 692.0$	692.0
3	$800 - 26 + (-10) + 1.07 \times 692.0 = 764 + 740.44$ $= 1504.44$	1504.44

Расчёт для Альтернативы отказа:

Период	Расчёт	$C_{0,t}$
0	$600 - 20 + 0 = 580$	580
1	$100 - 22 + 0 + 1.05 \times 580 = 78 + 609 = 687$	687
2	$-200 - 24 + 0 + 1.07 \times 687 = -224 + 735.09$ $= 511.09$	511.09
3	$800 - 26 + 0 + 1.07 \times 511.09 = 774 + 547.87$ $= 1321.87$	1321.87

Результаты расчёта остаточных стоимостей

Сведём результаты расчётов в таблицу:

Проект / Период	0	1	2	3
Проект А	80	-238	314.2	1510.19
Проект В	280	-428	505.2	1514.56
Проект С	-320	519.6	692.0	1504.44
Отказ	580	687	511.09	1321.87

Определение идеальной точки

Идеальная точка формируется из максимальных значений по каждому периоду:

$$a_0^* = \max(80, 280, -320, 580) = 580;$$

$$a_1^* = \max(-238, -428, 519.6, 687) = 687;$$

$$a_2^* = \max(314.2, 505.2, 692.0, 511.09) = 692.0;$$

$$a_3^* = \max(1510.19, 1514.56, 1504.44, 1321.87) = 1514.56.$$

Период	0	1	2	3
a_t^*	580	687	692.0	1514.56

Расчёт расстояний до идеальной точки по метрикам Минковского

Метрика Гора ($p = 1$)

Проект А:

$$|80 - 580| + |-238 - 687| + |314.2 - 692| + |1510.19 - 1514.56| = 500 + 925 + 377.8 + 4.37 = 1807.17.$$

Проект В:

$$|280 - 580| + |-428 - 687| + |505.2 - 692| + |1514.56 - 1514.56| = 300 + 1115 + 186.8 + 0 = 1601.8.$$

Проект С:

$$|-320 - 580| + |519.6 - 687| + |692 - 692| + |1504.44 - 1514.56| = 900 + 167.4 + 0 + 10.12 = 1077.52.$$

Отказ:

$$|580 - 580| + |687 - 687| + |511.09 - 692| + |1321.87 - 1514.56| = 0 + 0 + 180.91 + 192.69 = 373.6.$$

Евклидова метрика ($p = 2$)

Проект А:

$$\sqrt{500^2 + 925^2 + 377.8^2 + 4.37^2} = \sqrt{250000 + 855625 + 142724 + 19.1} = \sqrt{1,248,368.1} \approx 1117.3.$$

Проект В:

$$\sqrt{300^2 + 1115^2 + 186.8^2 + 0^2} = \sqrt{90000 + 1,243,225 + 34915 + 0} = \sqrt{1,368,140} \approx 1169.7.$$

Проект С:

$$\sqrt{900^2 + 167.4^2 + 0^2 + 10.12^2} = \sqrt{810000 + 28026 + 0 + 102.4} = \sqrt{838,128.4} \approx 915.5.$$

Отказ:

$$\sqrt{0^2 + 0^2 + 180.91^2 + 192.69^2} = \sqrt{0 + 0 + 32729 + 37119} = \sqrt{69,848} \approx 264.3$$

Равномерная метрика ($p = \infty$)

Проект А: $\max(500, 925, 377.8, 4.37) = 925.$

Проект В: $\max(300, 1115, 186.8, 0) = 1115.$

Проект С: $\max(900, 167.4, 0, 10.12) = 900.$

Отказ: $\max(0, 0, 180.91, 192.69) = 192.69.$

Результаты расчёта расстояний

Проект	Метрика Гора ($p = 1$)	Евклидова ($p = 2$)	Равномерная ($p = \infty$)
Проект А	1807.17	1117.3	925

Проект В	1601.8	1169.7	1115
Проект С	1077.52	915.5	900
Отказ	373.6	264.3	192.69

Выбор оптимального проекта

- По метрике Гора и евклидовой метрике наилучший результат у **Проекта С**.
- По равномерной метрике минимальное отклонение у альтернативы отказа, что отражает минимальное максимальное отклонение по периодам.

Выводы

- Проект С демонстрирует наименьшие отклонения от идеальной точки по суммарной (метрика Гора) и евклидовой метрикам. Это указывает на то, что данный проект наиболее сбалансирован по всем периодам и обеспечивает наилучшее сочетание остаточных стоимостей на протяжении всего срока реализации.
- По равномерной метрике, которая оценивает максимальное отклонение в любом из периодов, наилучший результат показывает альтернатива отказа. Это означает, что отказ от реализации проектов минимизирует максимальные риски в отдельные периоды, но при этом не учитывает потенциальные выгоды от инвестиций.
- Проекты А и В уступают проекту С по большинству критериев, имея более высокие значения расстояний до идеальной точки, что свидетельствует о большей дисперсии и менее выгодной динамике остаточных стоимостей.

Раздел 3. Программная реализация

3.1. Выбор инструментов и среды разработки

Для реализации описанного алгоритма идеальной точки был выбран стек, обеспечивающий быструю разработку, лёгкость в поддержке и кроссплатформенность [5].

Язык программирования: Python

- Большая экосистема научных и аналитических библиотек (pandas, NumPy, SciPy, Matplotlib).
- Простая синтаксис и высокая скорость прототипирования.
- Широкая поддержка в сообществе, обилие примеров и документации.

Работа с данными: pandas

- Удобное чтение/запись в Excel и CSV (read_excel, read_csv, to_excel).
- Мощные инструменты очистки, заполнения пропусков, преобразования типов.
- Интеграция с NumPy-массивами для высокопроизводительных вычислений [6].

Численные вычисления: NumPy / SciPy

- Быстрое векторизованное дисконтирование денежных потоков.
- Нормализация, взвешивание и расчёт L_p -норм через `numpy.linalg.norm`.
- При необходимости статистические и оптимизационные функции из SciPy [6].

Визуализация: Matplotlib

- Гибкое построение гистограмм, столбчатых диаграмм и тепловых карт.
- Возможность интеграции в GUI через FigureCanvasTkAgg.

Графический интерфейс: PySimpleGUI

- Минимальный объём кода для быстрого создания окон и форм.
- Кроссплатформенная поддержка (Windows, macOS, Linux).
- Прямое встраивание Matplotlib-графиков и таблиц.

Среда разработки

- VS Code с расширением Python: автодополнение, linting, интеграция с Git.
- virtualenv / venv: изоляция зависимостей проекта (всё в requirements.txt).
- Git / GitHub: версия кода и совместная работа.

3.2. Реализация программы

В этом разделе описывается структура и ключевые компоненты программной реализации описанного алгоритма в Python.

1. Загрузка и валидация данных

Функция `load_excel(path)` читает входной Excel-файл с листами `Projects` и `Parameters`. При отсутствии указанных листов используются первые два листа книги. Далее производится проверка наличия обязательных столбцов:

- `Project`, `CF_0...CF_T` на листе `Projects`;
- `Period`, `BorrowRate`, `InvestRate`, `BasePayment`, `Withdrawal` на листе `Parameters`. В случае отсутствия необходимой колонки генерируется сообщение об ошибке и выполнение прекращается.

2. Расчёт векторов остаточных стоимостей

Функция `calculate_residuals(cf, base, withdraw, borrow, invest)` реализует формулу.

3. Построение идеальной точки

Функция `build_ideal_point(mat)` принимает матрицу остаточных стоимостей для всех проектов ($n \times (T+1)$) и возвращает вектор максимальных значений по каждому столбцу.

4. Вычисление расстояний до идеальной точки

Функция `calculate_distances(mat, ideal)` для каждого проекта рассчитывает три метрики.

5. Графический интерфейс пользователя (GUI)

Класс `IdealPointApp` на базе Tkinter предоставляет окно с:

- Кнопкой «Открыть Excel» для интерактивного выбора файла.
- Таблицей (`ttk.Treeview`) с колонками:
 1. «Проект»
 2. « L_1 ($p=1$)», « L_2 ($p=2$)», « L_∞ ($p=\infty$)» При выборе файла происходит повторный вызов функций загрузки, расчёта и обновление таблицы на экране.

6. Точка входа

При запуске `python ideal_point_gui.py` создаётся экземпляр `tk.Tk()`, и запускается основной цикл GUI-приложения. Все вычисления происходят по требованию пользователя при выборе файла.

Таким образом, программная реализация обеспечивает:

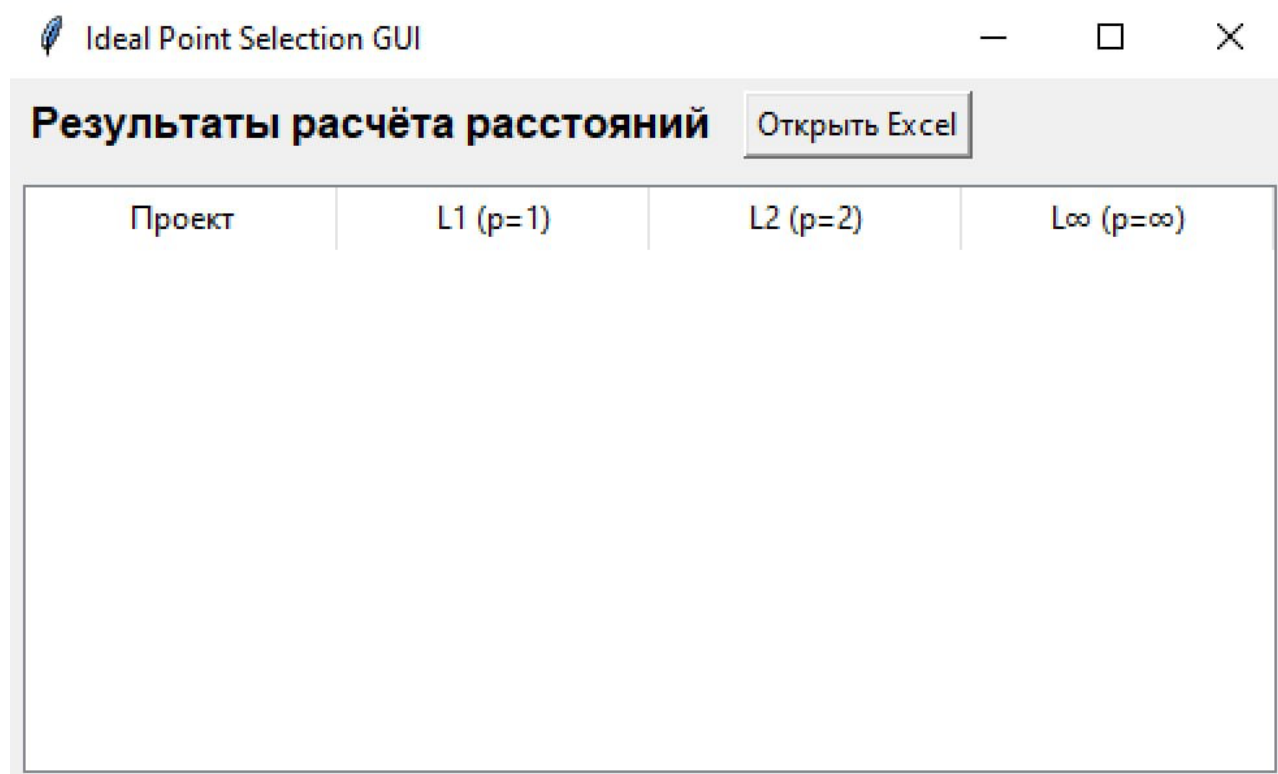
- Автоматическую загрузку и проверку структурированных входных данных;
- Корректный расчёт векторов остаточных стоимостей и метрик расстояний;
- Интерактивный выбор файла и вывод результатов в удобном табличном виде.

3.3. Пример использования программы

В этом подразделе мы наглядно демонстрируем, как конечный пользователь сможет работать с нашим приложением: от запуска до получения результатов расчета расстояний.

Окно выбора файла

Скриншот №1: диалог выбора Excel-файла с исходными данными.



Основное окно приложения

Скриншот №2: после загрузки данных — таблица с данными, рассчитанными по метрикам Минковского до идеальной точки.

Результаты расчёта расстояний [Открыть Excel](#)

Проект	L1 (p=1)	L2 (p=2)	L ∞ (p= ∞)
Проект А	1807.14	1117.30	925.00
Проект В	1601.77	1169.66	1115.00
Проект С	1077.55	915.49	900.00
Альтернатива отказа	374.58	265.02	193.70

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненная работа посвящена разработке и исследованию комплексного алгоритма выбора оптимального многопериодного инвестиционного проекта на несовершенном рынке капитала с использованием модели идеальной точки и системы метрик Минковского.

В ходе исследования были изучены теоретические основы анализа многопериодных инвестиционных проектов, рассмотрены особенности оценки на несовершенном рынке капитала, а также методы многокритериальной оптимизации. Сформулирована математическая постановка задачи выбора инвестиционного проекта, в которой вектор остаточных стоимостей каждого проекта сравнивается с идеальной точкой, формируемой как вектор максимальных значений по периодам. Для сравнения альтернатив использованы три метрики Минковского: метрика Гора, евклидова и равномерная, что позволило учесть различные подходы к оценке отклонения от идеала.

Разработан и реализован комплексный алгоритм, включающий расчёт остаточных стоимостей, построение идеальной точки, вычисление расстояний по выбранным метрикам и выбор оптимального проекта. Проведён численный пример, подтвердивший корректность и эффективность предложенного подхода. Программная реализация на языке Python обеспечивает автоматизацию всех этапов анализа и может быть использована для поддержки принятия решений в инвестиционной деятельности.

Научная новизна работы заключается в интеграции модели идеальной точки и метрик Минковского для задач многопериодного инвестиционного анализа в условиях несовершенного рынка капитала, а также в формализации и программной реализации данного подхода.

Практическая значимость результатов состоит в возможности объективного и многокритериального сравнения инвестиционных альтернатив с учётом динамики денежных потоков, различий процентных ставок и специфики

рыночных условий. Разработанная модель может быть применена для повышения обоснованности инвестиционных решений в компаниях, финансовых организациях и консалтинговых структурах.

В качестве перспектив дальнейшего развития работы можно выделить следующие направления:

- интеграция дополнительных методов многокритериальной оптимизации и учёта рисков, например, с применением машинного обучения для прогнозирования денежных потоков;
- расширение модели с использованием более сложных метрик и критериев оценки, учитывающих специфические особенности отраслей и проектов;
- внедрение методов анализа чувствительности для оценки влияния изменений параметров рынка капитала на выбор проекта;
- оптимизация программной реализации с применением параллельных вычислений для повышения производительности при обработке больших объёмов данных;
- разработка пользовательского интерфейса с возможностью визуализации результатов и интерактивного выбора критериев;
- адаптация модели для интеграции с корпоративными системами управления инвестициями и финансового планирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крушвиц, Л. «Инвестиционные расчёты» / пер. с нем. В. В. Ковалёва и З. А. Сабова. — СПб.: Питер, 2001. — 432 с.
2. Ларичев, О. И. «Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах». — М.: Логос, 2000. — 296 с.
3. Макаров, И. М. Теория выбора и принятия решений: учеб. пособие / И. М. Макаров, Т.М. Виноградская, А. А. Рубчинский, В. Б. Соколов. — М.: Наука, 1982. — 328 с.
4. Журавлёв, В. А. «Применение метода “идеальной точки” и учёт рисков при выборе лучших проектов». // «Интерактивная наука», — 2019, № 1 (35). — С. 34–40.
5. Лутц, М. Изучаем Python / М. Лутц. — 5-е изд. — СПб.: Питер, 2019. — 1024 с.
6. Маккинни, У. Python для анализа данных / У. Маккинни. — 2-е изд. — СПб.: Питер, 2018. — 466 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Код программы

Сведём результаты расчётов в таблицу:

```
#!/usr/bin/env python3
```

```
# -*- coding: utf-8 -*-
```

```
"""
```

Ideal Point Project Selection GUI

Графический интерфейс с выбором Excel-файла и отображением таблицы расстояний L_1 , L_2 , L_∞ по всем моментам $t=0..T$ включительно.

Запуск:

```
python ideal_point_gui.py
```

Требует:

```
pandas, numpy, openpyxl, tkinter
```

```
"""
```

```
import tkinter as tk
```

```
from tkinter import filedialog, messagebox, ttk
```

```
import pandas as pd
```

```
import numpy as np
```

```
def calculate_residuals(cf, base, withdraw, borrow, invest):
```

```
    """
```

Вычисляет вектор остаточных стоимостей $C_0..C_T$:

```
C0 = cf[0] + base[0] - withdraw[0]
```

```
Ct = (1 + r) * C_{t-1} + cf[t] + base[t] - withdraw[t]
```

где $r = \text{invest}[t]$ если $C_{t-1} \geq 0$, иначе $\text{borrow}[t]$

Возвращает `numpy.array` длины $T+1$.

```
    """
```

```

T = len(cf) - 1
residuals = np.zeros(T + 1, dtype=float)
# C0
residuals[0] = cf[0] + base[0] - withdraw[0]
# Вычисление C1..CT
for t in range(1, T + 1):
    C_prev = residuals[t - 1]
    rate = invest[t] if C_prev >= 0 else borrow[t]
    residuals[t] = C_prev * (1 + rate) + cf[t] + base[t] - withdraw[t]
return residuals

def build_ideal_point(mat):
    """Идеальная точка: максимумы по каждому столбцу C0..CT"""
    return mat.max(axis=0)

def calculate_distances(mat, ideal):
    """
    Вычисляет расстояния:
    L1 = sum |C_i - ideal_i|
    L2 = sqrt(sum (C_i - ideal_i)^2)
    L∞ = max |C_i - ideal_i|
    по всем точкам t=0..T.
    Возвращает три вектора длины n_projects.
    """
    diff = np.abs(mat - ideal)
    d1 = diff.sum(axis=1)
    d2 = np.sqrt((diff ** 2).sum(axis=1))
    d_inf = diff.max(axis=1)
    return d1, d2, d_inf

```

```

class IdealPointApp:
    def __init__(self, root):
        self.root = root
        self.root.title('Ideal Point Selection GUI')
        self._build_ui()

    def _build_ui(self):
        btn_frame = tk.Frame(self.root)
        btn_frame.pack(fill=tk.X, padx=5, pady=5)
        tk.Label(btn_frame, text='Результаты расчёта расстояний', font=('Arial',
12, 'bold')).pack(side=tk.LEFT)
        tk.Button(btn_frame, text='Открыть Excel',
command=self._open_file).pack(side=tk.LEFT, padx=10)

        cols = ('Проект', 'L1 (p=1)', 'L2 (p=2)', 'L $\infty$  (p= $\infty$ )')
        self.tree = ttk.Treeview(self.root, columns=cols, show='headings')
        for col in cols:
            self.tree.heading(col, text=col)
            self.tree.column(col, anchor=tk.CENTER, width=120)
        self.tree.pack(fill=tk.BOTH, expand=True, padx=5, pady=5)

    def _open_file(self):
        path = filedialog.askopenfilename(
            title='Выберите Excel-файл',
            filetypes=[('Excel files', '*.xlsx *.xls'), ('All files', '*.*)']
        )
        if not path:
            return
        try:
            df_proj = pd.read_excel(path, sheet_name='Projects')

```

```

df_params = pd.read_excel(path, sheet_name='Parameters')
except Exception:
    try:
        xl = pd.ExcelFile(path)
        df_proj = xl.parse(xl.sheet_names[0])
        df_params = xl.parse(xl.sheet_names[1])
    except Exception as e:
        messagebox.showerror('Ошибка', f'Невозможно прочитать файл:
{e}')

    return

df_params = df_params.sort_values('Period')
T = int(df_params['Period'].max())
# Параметры
borrow = np.zeros(T + 1)
invest = np.zeros(T + 1)
base = np.zeros(T + 1)
withdraw = np.zeros(T + 1)
for _, r in df_params.iterrows():
    t = int(r['Period'])
    borrow[t] = float(r['BorrowRate'])
    invest[t] = float(r['InvestRate'])
    base[t] = float(r['BasePayment'])
    withdraw[t] = float(r['Withdrawal'])

cf_cols = [f'CF_{i}' for i in range(T + 1)]
missing = [c for c in cf_cols if c not in df_proj.columns]
if missing:
    messagebox.showerror('Ошибка структуры', f'Отсутствуют столбцы:
{missing}')

```

return

projects =